数学I

(全 問 必 答)

第1問 (配点 20)

[1] a, b を実数とする。x についての方程式

$$(2a+4b-2)x^2+(5a+11)x-b-8=0$$

を考える。

(1) a = 1 とする。b に着目すると、① の左辺は

と表せる。よって、②を因数分解すると

$$(2x-1)$$
 $\left(\boxed{7} bx + b + \boxed{4} \right)$

となる。したがって、 $x = \frac{1}{2}$ は① の解の一つであることがわかる。

- (2) $b = 2 \ge 3$
 - (i) ① の左辺を因数分解すると

となる。

(ii) $a = 2\sqrt{2}$ のとき、① の解は

$$x = -\frac{\boxed{\bot}}{\boxed{\dot{\mathcal{D}}}}, \qquad \boxed{\ddagger} - \boxed{\mathbf{\mathcal{D}}} \sqrt{2}$$

となる。

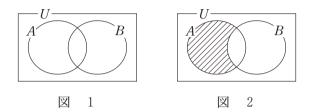
ケの解答群

- ◎ 必要条件であるが、十分条件ではない
- 1 十分条件であるが、必要条件ではない
- ② 必要十分条件である
- ③ 必要条件でも十分条件でもない

(2)

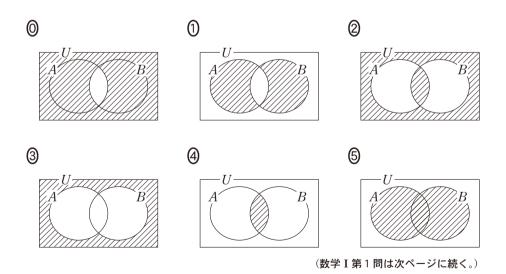
(1) U を全体集合とし、A、B を U の部分集合とする。

U, A, B の関係を図1 のように表すと、例えば、 $A \cap \overline{B}$ は、図2 の斜線部分となる。



このとき, $(A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$ は \Box の斜線部分である。

□□ については、最も適当なものを、次の0~5のうちから一つ選べ。



- (2) 全体集合 U を, $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ とする。
 - (i) P, Q を U の部分集合とし

$$P = \{2, 3, 5, 8, 9\}, Q = \{1, 3, 4, 5, 9\}$$

とする。このとき

$$\overline{P} \cap \overline{Q} = \{ \boxed{t}, \boxed{y}, \boxed{g} \}$$

である。ただし

とする。

- (ii) A, B を U の部分集合とし, $A = \{1, 4, 5, 7\}$ とする。

 - Bが $(A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B}) = \emptyset$ を満たすとき, $B = \boxed{ }$ である。

チー, ツーの解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

0 {0, 3, 5, 8}

(1) {1, 2, 6, 7}

2 {1, 4, 5, 7}

3 {0, 2, 3, 7, 8}

4 {1, 5, 6, 8, 9}

- **(5)** {0, 2, 5, 6, 8}
- **6** {0, 2, 3, 6, 8, 9}
- **(7)** {0, 2, 4, 6, 7, 9}
- **8** {1, 2, 3, 5, 7, 9}
- **9** Ø

第2問 (配点 30)

〔1〕 辺ADとBCが平行である台形ABCDがあり

$$AD = 1$$
, $BC = 12$, $tan \angle ABC = \frac{3}{4}$, $tan \angle BCD = 2$

を満たしているとする。

(1) 点 A, D から直線 BC に引いた垂線と BC との交点を, それぞれ P, Q と する。このとき

$$BP + CQ = \boxed{71}, \quad BP = \boxed{\dot{7}} AP$$

となる。また

となる。

(2) 対角線 AC と BD の交点を R とする。このとき

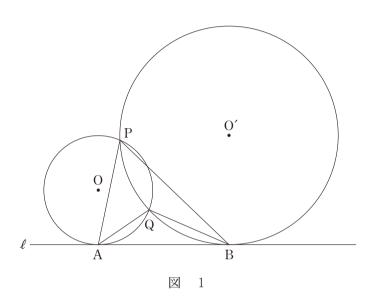
$$\tan \angle BCR = \frac{\boxed{\cancel{5}}}{\boxed{\cancel{+}}}, \quad \tan \angle CBR = \frac{\boxed{\cancel{5}}}{\boxed{\cancel{5}}}$$

となる。したがって、∠BRCの大きさは □ 。

コの解答群

- **0** 0°より大きく45°より小さい
- ① 45° に等しい
- **②** 45°より大きく90°より小さい
- **3** 90° に等しい
- **④** 90°より大きく135°より小さい
- **⑤** 135° に等しい
- **⑥** 135°より大きく180°より小さい

[2] 図1のように、直線 ℓ 上の点Aにおいて ℓ に接する半径2の円を円Oとし、 ℓ 上の点Bにおいて ℓ に接する半径4の円を円O'とする。円OとO'は2点で交わるとし、その交点をP、Qとする。ただし、 $\angle APB$ < $\angle AQB$ とする。さらに、 $\angle PAB$ は鋭角であるとする。このとき、 $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ について考えよう。



(1) $\angle PAB = \alpha$, $\angle PBA = \beta$ とおく。

$$PA = 2 AH =$$
 \Rightarrow $\sin \alpha$ ①

である。

同様にして、HO'の中心O'から直線PBに引いた垂線と直線PBとの交点をH'とすると

$$PB = 2 BH' = \boxed{\lambda} \sin \beta \qquad \cdots \qquad 2$$

であることもわかる。

また、 $\triangle PAB$ の外接円の半径を R_1 とおくと、正弦定理により

$$\frac{PA}{\sin 2} = \frac{PB}{\sin 2} = 2 R_1$$

が成り立つので

である。この式に、①と②を代入することにより

$$\sin \boxed{ } \boxed{ } = \sqrt{ \boxed{ 9 } } \sin \boxed{ \boxed{ } } \boxed{ }$$

$$PB = \sqrt{\boxed{\beta}} PA$$

となることがわかる。さらに

$$R_1 = \boxed{\mathcal{F}} \sqrt{\boxed{\mathcal{Y}}}$$

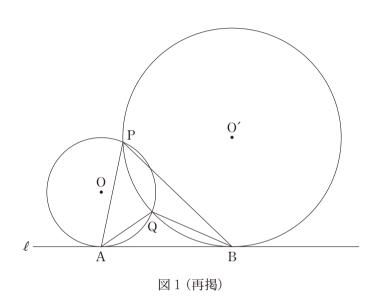
が得られる。

でもよい。) ソ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

(2) 太郎さんと花子さんは、(1)の考察を振り返っている。

太郎:△QABの外接円の半径も求められるかな。

花子:(1)の R_1 の求め方を参考にすればよさそうだね。



。 デ	ト の解答群(同じものを繰り)返し選んでもよい。)
() <	0 =	2 >

(3) 太郎さんと花子さんは、これまでの考察をもとに、 $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ の辺の長さについて考えている。

太郎: ABの長さが与えられれば、PAとQAの長さが求められそうだね。

花子:∠APB < ∠AQBに注意して求めてみようよ。

 $AB = 2\sqrt{7}$ とする。このとき

$$\sin \angle APB = \frac{\sqrt{\boxed{+ \Box}}}{\boxed{\ \ \, }}$$

である。(1) より、 $PB = \sqrt{g}$ PA であるから

PA =
$$\sqrt{$$
ネノ

である。

同様に、 $QA = \sqrt{7}$ であることがわかる。

第3問 (配点 30)

- [1] $f(x) = 3x^2 + 18x + 20$ とする。
 - (1) 2次関数 y = f(x) のグラフの頂点の座標は

オの解答群

- ◎ 異なる二つの正の解をもつ
- ① 正の解と負の解を一つずつもつ
- 2 異なる二つの負の解をもつ
- ③ 実数解をもたない

- (2) s を定数とし、y = f(x) のグラフを、x 軸方向に s、y 軸方向に -5 だけ平 行移動した放物線をグラフとする 2 次関数を y = g(x) とおく。
 - (i) このとき

である。

(ii) 太郎さんと花子さんは、2次方程式 g(x) = 0 が 0 でない実数解をもつときの、その解の正負について考えている。

太郎: 2次方程式 g(x) = 0 の実数解の正負が知りたいだけなら、解 を具体的に求める必要はないね。

花子: そうだね。 2 次関数 y = g(x) のグラフと、x 軸、y 軸との位置 関係を考えればわかるね。

(3) t を定数とし、y = f(x) のグラフを、x 軸方向に t, y 軸方向に $t^2 - 6t$ だ け平行移動した放物線をグラフとする 2 次関数を y = h(x) とおく。 2 次方程式 h(x) = 0 が異なる二つの正の解をもつような定数 t の値の範囲は υ く t く υ である。 (数学 I 第 3 間は次ページに続く。)

[2] 花子さんと太郎さんは、公園にある二つの小さな噴水と一つの大きな噴水の 高さについて話している。

花子:あの中央の大きな噴水の高さは何メートルだろう。

太郎:実際に高さを測定するのは難しそうだね。噴水の水がえがく曲線

は、放物線になると聞いたことがあるよ。

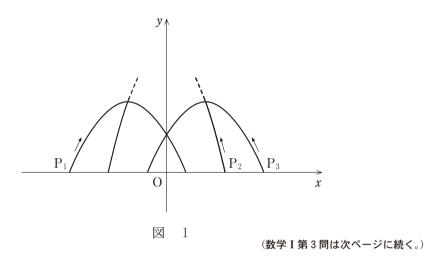
花子:じゃあ、放物線と仮定して、およその高さを考えてみよう。



参考図

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

花子さんと太郎さんは、噴水の高さについて次のように考えることにした。 噴水の水がえがく曲線は三つとも放物線とする。三つの噴水の水が出る位置 は水平な地面にある。図1のように座標軸が定められた平面上に、三つの噴水 を正面から見た図をかく。左右の小さな噴水の水がえがく放物線については後 の**仮定1**を、中央の大きな噴水の水がえがく放物線については後の**仮定2**を設 定する。図1の P_1 、 P_2 、 P_3 は噴水の水が出る位置である。なお、長さの単位 はメートルであるが、以下では省略する。



仮定 1

- 左側の小さな噴水の水がえがく放物線 C_1 は、x 軸上の点 $P_1\left(-\frac{5}{2},0\right)$ から出て点 $\left(\frac{1}{2},0\right)$ に至る。
- ・右側の小さな噴水の水がえがく放物線 C_3 は、x 軸上の点 $P_3\left(\frac{5}{2},0\right)$ から出て点 $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ に至る。
- *C*₁ と *C*₃ はともに点(0,1)を通る。

仮定 2

中央の大きな噴水の水がえがく放物線 C_2 は、x 軸上の点 $P_2\left(\frac{3}{2},0\right)$ から出て C_3 の頂点と C_1 の頂点を通る。

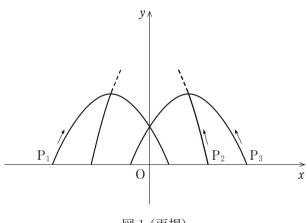


図1(再掲)

(1) 仮定1と仮定2のもとで考える。 C_1 をグラフにもつ2次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とする。このとき $c = \boxed{ セ }$ であり、また

$$y = -\frac{y}{9}x^2 - \frac{f}{y}x + \boxed{t}$$

である。

したがって、大きな噴水の高さは、小さな噴水の高さの
ノ
である。

- **一**ノ については、最も適当なものを、次の**0**~**3**のうちから一つ選べ。
 - の およそ2倍

① およそ3倍

2 およそ4倍

3 およそ5倍

(2) 花子さんと太郎さんは、大きな噴水の高さについて話している。

花子:正面から見たとき、大きな噴水が小さな噴水の頂点を通って見えるというデザインは変えずに、大きな噴水の高さを変えることはできるのかな。

太郎:左右の二つの小さな噴水は変えずに、大きな噴水の水が出る位置 を変えてみたらどうかな。

花子:大きな噴水の高さが5メートルになるときの水が出る位置を考え てみよう。

仮定2の代わりに次の仮定2′をおく。

- 仮定 2′ -

- ・中央の大きな噴水の水がえがく放物線 C_2 は、x 軸の正の部分の点 P_2 から出て C_3 の頂点と C_1 の頂点を通る。
- *C*₂′の頂点の y 座標は 5 である。

フの方にある。

フの解答群

 \bigcirc P_1 \bigcirc P_3

第4問 (配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては、与えられたデータに対して、次の値を外れ 値とする。

> 「(第1四分位数) - 1.5 × (四分位範囲)」以下の値 「(第3四分位数) + 1.5 × (四分位範囲) | 以上の値

太郎さんは、47 都道府県における外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の動向を調べるため、それらに関するデータを分析することにした。外国人宿泊者数を、日本国内に住所を有しない宿泊者の人数の1年間の合計とし、日本人宿泊者数を、日本国内に住所を有する宿泊者の人数の1年間の合計とする。宿泊者数に関するデータは千の位を四捨五入し、1万人単位で表したものとし、以下においては単位(万人)を省略して用いることとする。例えば、「4567890人」は「457」とする。

なお、以下の図や表については、国土交通省のWebページをもとに作成している。

(1)

(i) 図1は、47都道府県における令和4年の外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の散布図である。なお、散布図には原点を通り、傾きが10の直線(破線)を付加している。また、日本人宿泊者数が1000を超える都道府県の数は12である。

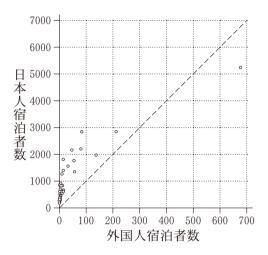


図1 令和4年の外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の散布図

次の(a), (b)は、図1に関する記述である。

- (a) 令和4年について、外国人宿泊者数が100を超え、かつ日本人宿泊者数が2500を超える都道府県の数は2である。
- (b) 令和4年について、日本人宿泊者数が外国人宿泊者数の10倍未満である 都道府県の割合は50%未満である。
 - (a), (b)の正誤の組合せとして正しいものは **ア** である。

アの解答群

	0	0	2	3
(a)	正	正	誤	誤
(p)	正	誤	正	誤

数学I

(ii) 47 都道府県における令和 4 年の外国人宿泊者数を分析した結果,外れ値となる都道府県の数は 8 であった。

一方,表1は47都道府県における令和4年の日本人宿泊者数を,値の小さい順に並べ,その順に都道府県P1,P2,…,P47としたものである。この中で,外国人宿泊者数で外れ値となる都道府県(P37,P40,P42,P43,P44,P45,P46,P47)に印*を付けている。

表 1 47 都道府県における令和 4 年の日本人宿泊者数

都道	日本人	都道
府県	宿泊者数	府県
P1	182	P 13
P 2	187	P 14
Р3	197	P 15
P4	204	P 16
P 5	255	P 17
P 6	270	P 18
P 7	276	P 19
P 8	286	P 20
P 9	303	P 21
P 10	321	P 22
P 11	328	P 23
P 12	351	P 24

日本人
宿泊者数
373
388
395
401
405
452
458
501
522
537
605
613

都道	日本人
府県	宿泊者数
P 25	620
P 26	625
P 27	646
P 28	670
P 29	683
P 30	705
P 31	831
P 32	832
P 33	839
P 34	876
P 35	925
P 36	1251

日本人
宿泊者数
1339
1399
1547
1765
1814
1970
2158
2195
2831
2839
5226

表1のデータにおいて、四分位範囲は **イ** となることから、令和4年の 外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の両方で外れ値となる都道府県の数は **ウ** である。

イ の解答群

() 320	1 450	② 597	3 638	4 900
⑤ 966	6 1253	7 1261	8 1602	9 1864

- (iii) 令和4年の外国人宿泊者数と日本人宿泊者数について、両方で外れ値となる 都道府県を除いたデータで散布図を作成したところ、正の相関があることがわ かった。このときの相関係数を計算するために、表2のように、平均値、標準 偏差および共分散を求めた。
 - 表 2 両方で外れ値となる都道府県を除いた令和 4 年の外国人宿泊者数と 日本人宿泊者数の平均値、標準偏差、共分散

	平均値	標準偏差	共分散
外国人宿泊者数	15	26	11373
日本人宿泊者数	739	552	11979

表2を用いると、両方で外れ値となる都道府県を除いた令和4年の外国人宿 泊者数と日本人宿泊者数の相関係数は エ である。

0 0.03	0.21	② 0.59	③ 0.68
4 0.79	⑤ 0.97	6 1.03	7 1. 26

(2) 47 都道府県におけるある年の外国人宿泊者数をx, 日本人宿泊者数をyとし、xとyの値の組を, それぞれ

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{47}, y_{47})$$

と表す。x, y の平均値をそれぞれ \bar{x} , \bar{y} とし, x, y の分散をそれぞれ s_x^2 , s_y^2 とする。また, x と y の共分散を s_{xy} とする。

47 都道府県それぞれにおける外国人宿泊者数と日本人宿泊者数を足し合わせた合計宿泊者数をzとし、その値を

$$z_i = x_i + y_i$$
 ($i = 1, 2, \dots, 47$)

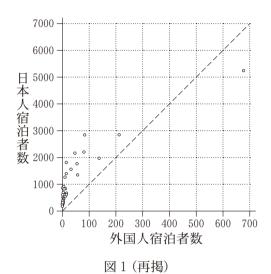
と表す。例えば、i = 7 のときは $z_7 = x_7 + y_7$ である。

(i) zの平均値を z とするとき

$$z_i - \bar{z} = (x_i - \bar{x}) + (y_i - \bar{y}) \quad (i = 1, 2, \dots, 47)$$

である。このことに着目すると、zの分散を s_z^2 とするとき、 $s_z^2 =$ **オ** となる。

また、令和4年のxとyの間には正の相関があることが図1からわかる。こ のことから、令和4年について、 $s_z^2 \geq s_x^2 + s_y^2$ の関係として、後の $\mathbf{0} \sim \mathbf{2}$ の うち,正しいものは カ であることがわかる。



の解答群

の解答群

- $s_z^2 < s_x^2 + s_y^2$

数学I

(ii) 太郎さんは、合計宿泊者数zの変化に関心をもち、zについての前年との比に着目することにした。

例えば、(1)の(ii)における都道府県 P22のzは令和2年では450であり、令和3年では376であった。このとき、都道府県 P22における令和3年のzについての前年との比は、376を450で割った値である。以下においては、それぞれの都道府県におけるある年のzについての**前年比**を、次のように定める。

前年比

ある年のえを、その前年のえで割った値

図 2 は、47 都道府県における令和元年から令和 4 年までの**前年比**の箱ひげ 図を並べたものである。図 2 にある四つの箱ひげ図において、**前年比**の外れ値 は、白丸で示されている。

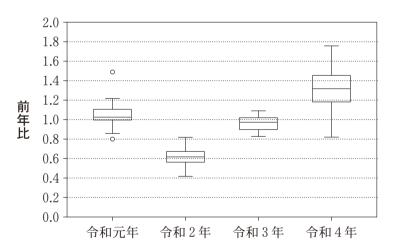


図2 47 都道府県における令和元年から令和4年までの 前年比の箱ひげ図

次の(a), (b), (c)は、図2に関する記述である。

- (a) 令和元年の箱ひげ図において外れ値となる都道府県はすべて、令和4年に おいても外れ値となっている。
- (b) すべての都道府県において、令和 2 年の z は令和元年よりも減少している。
- (c) 令和4年の**前年比**が1より小さい都道府県の数は、令和3年の**前年比**が 1より小さい都道府県の数よりも少ない。
 - (a), (b), (c) の正誤の組合せとして正しいものは ** である。

キの解答群

	0	0	2	3	4	6	6	7
(a)	正	正	正	正	誤	誤	誤	誤
(p)	正	正	誤	誤	正	正	誤	誤
(C)	正	誤	正	誤	正	誤	正	誤

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

数学I

(3) 太郎さんが住む地域では、その地域に宿泊を促すためのキャンペーンとして、 キャンペーン A. B が実施されている。

太郎さんは、キャンペーンAの方がよいと思っている人が多いといううわさを聞いた。このうわさのとおり、キャンペーンAの方がよいと思っている人が多いといえるかどうかを確かめることにした。そこで、かたよりなく選んだ人たちに、キャンペーンA、Bのどちらがよいかについて、二択のアンケートを行ったところ、アンケートに回答した35人のうち、23人が「キャンペーンAの方がよい」と答えた。この結果から、一般にキャンペーンAの方がよいと思っている人が多いといえるかどうかを、次の方針で考えることにした。

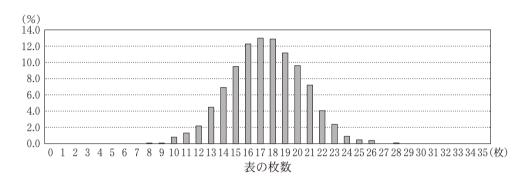
方針 -

- "「キャンペーンAの方がよい」と回答する割合と「キャンペーンBの方がよい」と回答する割合は等しい"という仮説を立てる。
- この仮説のもとで、かたよりなく選ばれた35人のうち23人以上が「キャンペーンAの方がよい」と回答する確率が5%未満であれば、その仮説は誤っていると判断し、5%以上であればその仮説は誤っているとは判断しない。

後の**実験結果**は、35 枚の硬貨を投げる実験を 1000 回行ったとき、表が出た枚数ごとの回数の割合を示したものである。

実験結果

表の枚数(枚)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
割合(%)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0. 1	0.1	0.8	1. 3
表の枚数(枚)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
割合(%)	2.2	4.5	6.9	9. 5	12. 3	13.0	12.9	11.2	9.6	7. 2	4.1	2. 4
表の枚数(枚)	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
割合(%)	0.9	0.5	0.4	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0



<u>コ</u>, <u>サ</u> については、最も適当なものを、次のそれぞれの解答群から 一つずつ選べ。

コの解答群

- ② 誤っていると判断する ① 誤っているとは判断しない
- サの解答群
- ② 多いといえる ① 多いとはいえない